

# Flugteilchen im Kondensator

Ein Flugteilchen, welches sich durch einen Kondensator bewegt und vom dort herrschenden elektrischen Feld beeinflusst wird ist Teil jedes Physik – Leistungskurses. Der folgende Aufschrieb soll die Zusammenhänge zwischen Teilchen, elektrischem Feld und einem eventuell vorhandenen magnetischen Feld verdeutlichen.

## Fall 1: Bewegtes Teilchen im Kondensator/elektrischen Feld

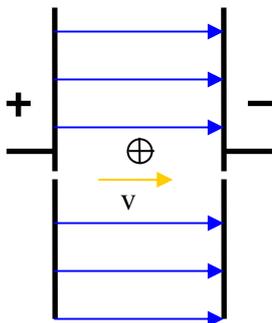
**Problem #1:** Ein einfach positiv geladenes Proton durchquert einen Kondensator, an dem die Spannung  $U = 50 \text{ V}$  anliegt. Die beiden Platten des Kondensators sind  $5 \text{ cm}$  auseinander. Vor dem Eintritt in den Kondensator beträgt die kinetische Energie des Protons  $5 \cdot 10^{-16} \text{ Joule}$ . Welche kinetische Energie hat es nach Durchqueren des Kondensators, wenn das Proton

- längs des elektrischen Feldes
- dem elektrischen Feld entgegen

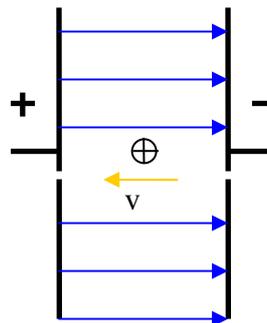
fliegt?

**Skizze:**

Proton fliegt mit dem el. Feld:



Proton fliegt entgegen dem el. Feld:



**Ansatz:** Kondensatoren, in denen ein elektrisches Feld herrscht, können bewegte Teilchen abbremsen oder beschleunigen, je nach dem wie das Teilchen den Kondensator durchquert. Fliegt das Teilchen mit/längs dem elektrischen Feld, wird es beschleunigt. Fliegt es dem elektrischen Feld entgegen, wird es abgebremst.

Es gilt:

$$W_{Kin / Nachher} = W_{Kin / Vorher} \pm W_{Überführung}$$

Wenn das Teilchen mit dem elektrischen Feld fliegt:

$$W_{Kin / Nachher} = W_{Kin / Vorher} + W_{Überführung}$$

$$W_{Kin / Nachher} = 5 \cdot 10^{-16} \text{ J} + 50 \text{ V} \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$W_{Kin / Nachher} = 5,08 \cdot 10^{-16} \text{ J}$$

Wenn das Teilchen gegen das elektrische Feld fliegt muss die Überführungsarbeit  $W$  einfach von der ursprünglichen kinetischen Energie abgezogen werden.

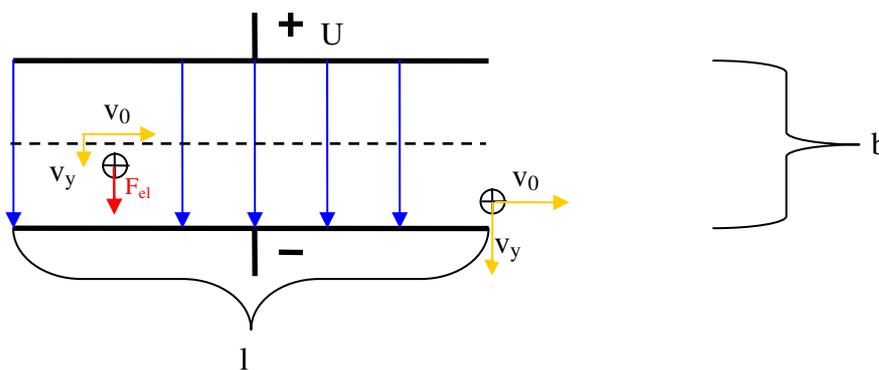
**Problem #2:** Ein einfach positiv geladenes Proton fliegt mittig durch einen Kondensator und wird dadurch vom elektrischen Feld beeinflusst. Es weicht von seiner ursprünglichen Flugbahn ab.

- Leiten Sie die Gleichung der Bahnkurve her
- Unter welchem Winkel verlässt es den Kondensator
- Wie groß ist die maximale Auslenkung  $d$  von der ursprünglichen Flugbahn?

Daten des Kondensators:

Länge	$l = 10 \text{ cm}$
Breite	$b = 1 \text{ cm}$
Geschwindigkeit der Protonen vor Eintritt in den Kondensator	$v_0 = 2 \cdot 10^6 \text{ m/s}$
Spannung zwischen den Kondensatorplatten	$U = 500 \text{ V}$
Masse des Protons	$m = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$

**Kräfte skizze**



**Ansatz:** Das Proton macht im Kondensator eine Bahnkurve, welche mit dem waagrechten Wurf verglichen werden kann. Es wirkt nur die senkrechte Kraft  $F_{el}$ , welche eine Beschleunigung nach unten bewirkt (vgl.  $F_g$  beim waagrechten Wurf).  $v_0$  bleibt konstant. Mit diesem Ansatz und den gegebenen Werten kann eine quadratische Gleichung für die Bahnkurve hergeleitet werden.

Bewegungsgesetze:

$$s_x(t) = v_0 \cdot t \quad \text{mit}$$

$$s_y(t) = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \quad a = \frac{F_{el}}{m} \Leftrightarrow a = \frac{E \cdot q}{m} \Leftrightarrow a = \frac{U \cdot q}{b \cdot m}$$

$$\Rightarrow t = \frac{s_x}{v_0}$$

eing :

$$s_y(s_x) = \frac{1}{2} \cdot \frac{U \cdot q}{b \cdot m} \cdot \frac{s_x^2}{v_0^2}$$

Mit dieser Bahnkurve kann der restliche Teil der Aufgabe auch komplett mathematisch gelöst werden. Der Austrittswinkel ist dann der Invers-Tangens der ersten Ableitung  $s'_y(s_x)$  an der Stelle  $s_x = l$ .

$$\alpha = \tan^{-1}(s'_y(l)) \Leftrightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{U \cdot q \cdot l}{b \cdot m \cdot v_0^2}\right) \Leftrightarrow \alpha = \underline{\underline{6,83^\circ}}$$

Die ursprüngliche Flugbahn verlief mittig durch den Kondensator. Die maximale Auslenkung  $d$  ist also der Funktionswert von  $s_y(s_x)$  an der Stelle  $s_x = l$ .

$$d = s_y(l) \Leftrightarrow d = \frac{1}{2} \cdot \frac{U \cdot q}{b \cdot m \cdot v_0^2} \cdot l^2 \Leftrightarrow d = \underline{\underline{6mm}}$$

Um den Austrittswinkel physikalisch zu berechnen, braucht man die beiden Geschwindigkeiten  $v_0$  und  $v_y$ .  $v_0$  ist gegeben,  $v_y$  bekommen wir über die Beschleunigungszeit.

Zeit, die das Proton benötigt, um den Kondensator zu durchqueren:

$$t = \frac{l}{v_0} \Leftrightarrow t = \frac{0.1m \cdot s}{2 \cdot 10^6 m} \Leftrightarrow t = 50ns$$

Beschleunigung in y-Richtung in dieser Zeit:

$$v_y = a \cdot t$$

mit

$$a = \frac{U \cdot q}{b \cdot m}$$

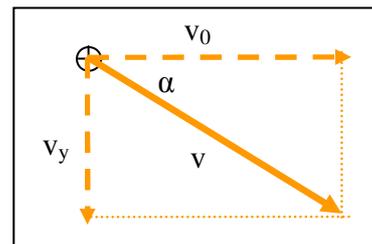
$$\Rightarrow v_y = \frac{U \cdot q}{b \cdot m} \cdot 50ns \Leftrightarrow v_y = 2,4 \cdot 10^5 \frac{m}{s}$$

Nun berechnen wir mit dem Invers-Tangens innerhalb des Dreiecks den Austrittswinkel. Sollte zusätzlich noch nach der Endgeschwindigkeit  $v$  gefragt sein, kann diese leicht mit dem Pythagoras berechnet werden.

$$\alpha = \tan^{-1}\left(\frac{v_y}{v_0}\right) \Leftrightarrow \alpha = \tan^{-1}\left(\frac{2,4 \cdot 10^5}{2 \cdot 10^6}\right) \Leftrightarrow \alpha = \underline{\underline{6,84^\circ}}$$

Die maximale Auslenkung  $d$  ist die zurückgelegte Strecke in y - Richtung innerhalb der Zeit  $t = 50ns$ .

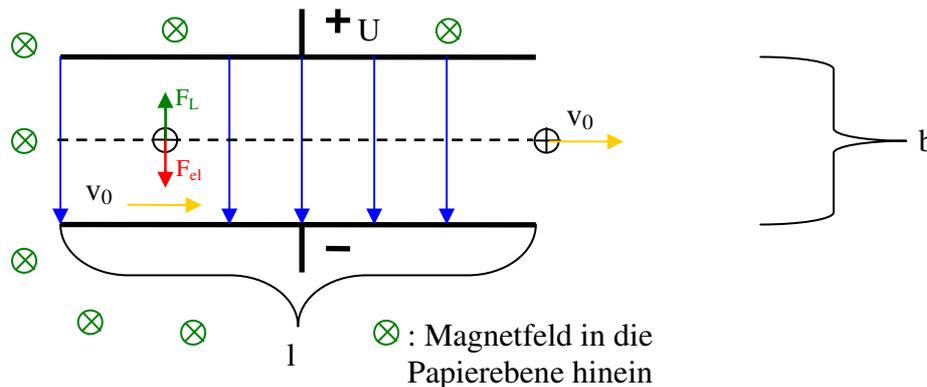
$$d = \frac{1}{2} \cdot a \cdot t^2 \Leftrightarrow d = \frac{1}{2} \cdot \frac{U \cdot q}{b \cdot m} \cdot (50ns)^2 \Leftrightarrow d = \underline{\underline{6mm}}$$



## Fall 2: Bewegtes Teilchen im elektrischen Feld und magnetischen Feld

**Problem #3:** Ein einfach positiv geladenes Proton fliegt mittig durch einen Kondensator und wird dadurch vom elektrischen Feld beeinflusst. Da es seine Flugrichtung aber nicht ändern soll, befindet sich der Kondensator gleichzeitig in einem magnetischen Feld der Flussdichte  $B$ . Wie groß muss die Flussdichte  $B$  sein, damit das Proton parallel zu den Platten durch den Kondensator fliegt?

Daten des Kondensators: Siehe Problem #2.



Damit das Proton nicht von seiner Bahn abgelenkt wird, muss ein Kräftegleichgewicht herrschen. Bewegte Teilchen im Magnetfeld „verursachen“ eine zum Geschwindigkeitsvektor senkrechte Kraft, die Lorentzkraft  $F_L$ . Diese muss  $F_{el}$  kompensieren. Somit lautet der Ansatz:

$$F_L = F_{el}$$

$$\Leftrightarrow q \cdot B \cdot v_0 = E \cdot q \Leftrightarrow B = \frac{U}{b \cdot v_0}$$

$$\Leftrightarrow B = \frac{500V \cdot s}{0,01m \cdot 2 \cdot 10^6 m} \Leftrightarrow B = 25mT$$

Bei  $B = 25mT$  herrscht ein Kräftegleichgewicht. Das Proton fliegt also ohne Ablenkung durch den Kondensator.

Falls  $B \neq 25 mT$ :

Wenn  $B$  größer oder kleiner als  $25 mT$  ist, gibt es eine resultierende Kraft, welche die Richtung (den Geschwindigkeitsvektor) des Protons ändert. Achtung: Dadurch ändert sich auch die Richtung der Lorentzkraft!