

Überhöhte Kurvenfahrt physikalisch betrachtet

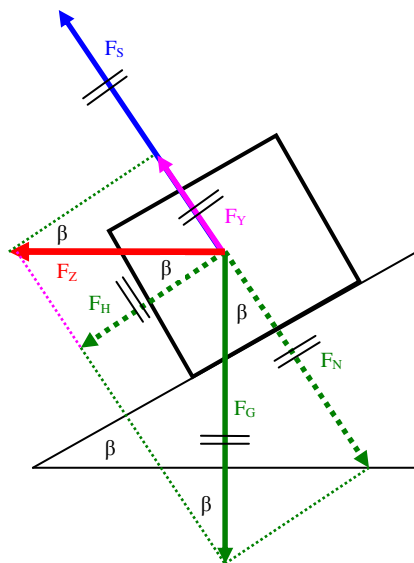
Die Berechnung einer überhöhten Kurvenfahrt ist Teil jedes Physik Leistungskurses im Bereich Mechanik. Der physikalische Hintergrund ist aber nicht ganz trivial. Mit den folgenden Kräfteskizzen und Erläuterungen soll ein besseres Verständnis für diese Problemstellung geschaffen werden.

Fall 1: Überhöhte Kurvenfahrt **ohne** Reibung

Problem: Auf der Ladefläche eines LKW befindet sich eine Kiste. Zwischen Kiste und Ladefläche gibt es keine Reibung. Der LKW fährt in eine überhöhte Kurve mit dem Neigungswinkel β . Bei welcher Geschwindigkeit bleibt die Kiste in Ruhe?

Vorüberlegungen: Durch die überhöhte Kurve bildet die Ladefläche eine schiefe Ebene. Da keine Reibung herrscht würde die Kiste sofort anfangen zu rutschen ($F_{\text{res}} = F_H$), **wenn** der LKW in Ruhe wäre. Da der LKW aber eine Kreisbahn fährt gibt es eine bestimmte Geschwindigkeit, bei der die Fliehkraft durch die Kurvenfahrt der Hangabtriebskraft entgegen wirkt. Dann bleibt die Kiste liegen. Dieser Sonderfall soll berechnet werden.

Kräfteskizze:



Es gilt:

$$\cos \beta = \frac{F_H}{F_Z}$$

$$\Leftrightarrow \cos \beta = \frac{m \cdot g \cdot \sin \beta}{m \cdot \frac{v^2}{r}}$$

$$\Leftrightarrow v = \sqrt{r \cdot g \cdot \tan \beta}$$

Da der LKW eine Kurve fährt ist die Kraft F_S , welche von der Unterlage auf die Kiste ausgeübt wird, höher als die Normalkraft F_N . Dadurch ergibt sich eine Resultierende F_Y , welche zusammen mit der Hangabtriebskraft F_H die Zentripetalkraft bildet.

Für die Berechnung ist nur der Zusammenhang zwischen Gewichtskraft F_G und resultierender Kraft F_Z notwendig, welcher über den Winkel β hergestellt wird. Dabei gibt es mehrere Ansätze. Neben der obigen Variante kann auch mit

$$\tan \beta = \frac{F_Z}{F_G}$$

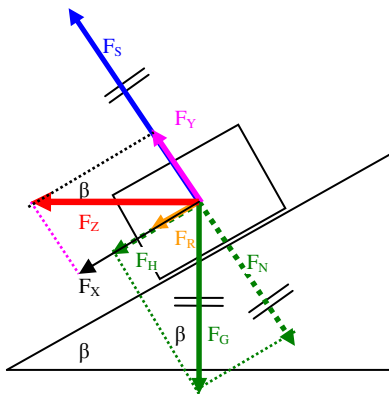
gerechnet werden.

Fall 2: Überhöhte Kurvenfahrt **mit** Reibung

Problem #1: Auf der Ladefläche eines LKW befindet sich eine Kiste. Zwischen Kiste und Ladefläche gibt es Reibung, $f_h > 0$. Der LKW fährt in eine überhöhte Kurve mit dem Neigungswinkel β . Was ist die maximale Geschwindigkeit, mit der die Kurve befahren werden darf, ohne dass die Kiste verrutscht?

Vorüberlegungen: Bis zu einer maximalen Geschwindigkeit verhindern zwei Kräfte, dass die Kiste durch die Fliehkraft beschleunigt wird. Die Hangabtriebskraft F_H und die Reibungskraft F_R wirken der Fliehkraft entgegen.

Kräfte-skizze:



Es gilt:

$$\cos \beta = \frac{F_H + F_R}{F_Z}$$

mit

$$F_H = m \cdot g \cdot \sin \beta$$

$$F_R = f_h \cdot F_S$$

$$F_S = F_N + F_Y$$

$$F_Y = \sin \beta \cdot F_Z$$

Die resultierende Kraft F_Z setzt sich aus der Reibungskraft F_R , der Hangabtriebskraft F_H und der F_Y zusammen. Wichtig ist, dass man den Zusammenhang der Kräfte erkennt, welcher wieder über den Winkel β hergestellt wird.

$$\Rightarrow \cos \beta = \frac{m \cdot g \cdot \sin \beta + f_H \cdot (m \cdot g \cdot \cos \beta + \sin \beta \cdot m \cdot \frac{v^2}{r})}{m \cdot \frac{v^2}{r}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{v^2}{r} \cdot \cos \beta = g \cdot \sin \beta + f_H \cdot g \cdot \cos \beta + f_H \cdot \sin \beta \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$\Leftrightarrow v^2 \cdot \left(\frac{\cos \beta - f_H \cdot \sin \beta}{r} \right) = g (\sin \beta + f_H \cdot \cos \beta)$$

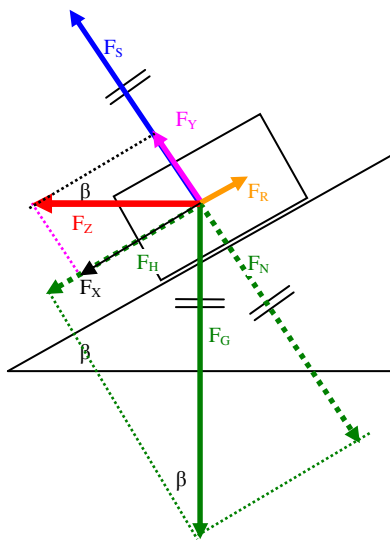
$$\Leftrightarrow v^2 = \frac{r \cdot g \cdot (\sin \beta + f_H \cdot \cos \beta)}{\cos \beta - f_H \cdot \sin \beta}$$

.....

Problem #2: Auf der Ladefläche eines LKW befindet sich eine Kiste. Zwischen Kiste und Ladefläche gibt es Reibung, $f_h > 0$. Der LKW fährt in eine überhöhte Kurve mit dem Neigungswinkel β . Bei niedrigen Geschwindigkeiten führt die Überhöhung dazu, dass die Kiste ins Rutschen kommt. Die Reibung ist also zu klein, um die Hangabtriebskraft „aufzuhalten“. Wie schnell muss der LKW deshalb **mindestens** fahren, damit die Kiste in Ruhe bleibt.

Vorüberlegungen: Wird der Überhöhungswinkel einer schiefen Ebene zu hoch, dann fangen darauf liegende Kisten an zu rutschen, da $F_H > F_R$. Bei einer überhöhten Kurve kann es also sein, dass z.B. im Falle eines Staus (wenn der LKW in der Kurve stehen bleibt), die Kiste hinunter rutscht. Für so eine Kurve ist also eine Mindestgeschwindigkeit notwendig. Die Fliehkraft und die Reibungskraft müssen die Hangabtriebskraft „aufhalten“.

Kräfteeskizze:



Es gilt:

$$\cos \beta = \frac{F_H - F_R}{F_Z}$$

mit

$$F_H = m \cdot g \cdot \sin \beta$$

$$F_R = f_h \cdot F_S$$

$$F_S = F_N + F_Y$$

$$F_Y = \sin \beta \cdot F_Z$$

Im Vergleich zu Problem #1 zeigt die F_R nun in die entgegen gesetzte Richtung, die schiefe Ebene hinauf. F_R wirkt immer der gedachten Bewegung entgegen. In diesem Fall wäre die gedachte Bewegung die Ebene hinunter.

Die mathematische Umformung und Auflösung nach v^2 ist gleich wie in Problem #1. Der einzige Unterschied im Ansatz ist die Subtraktion von F_H und F_R .